

文章编号: 1000-8055(2007)09-1583-05

基于 LMI 对角占优补偿的 航空发动机 QFT 控制

李华聪, 韩小宝, 吴志琨

(西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710072)

摘 要: 针对航空发动机数学模型的不确定性, 提出一种基于线性矩阵不等式(LMI)和定量反馈理论(QFT)的航空发动机鲁棒控制器的新的设计方法. 该方法把频域对角占优预补偿器的设计问题与线性矩阵不等式的求解方法相结合, 实现了对不确定控制对象的解耦, 引入定量反馈理论进行鲁棒控制器设计. 仿真验证表明该方法控制效果良好, 并具有较强的工程应用价值.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 线性矩阵不等式(LMI); 解耦; 定量反馈理论(QFT)

中图分类号: V233.7

文献标识码: A

QFT control of aeroengine through LMI-based diagonal dominance pre-compensation

LI Huacong, HAN Xiaobao, WU Zhikun

(School of Power and Energy,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Based on linear matrix inequalities (LMI) and quantitative feedback theory (QFT), a new design method of aeroengine robust controller was developed for uncertain mathematical model of aeroengine. The method has combined the design problem of frequency domain diagonal dominance pre-compensator and the solving process of LMI, thus achieving the decoupling of uncertain control objects. Moreover, a robust controller was designed with induction of QFT. The simulation results show that this method has good control efficiency and engineering applicability.

Key words: aerospace propulsion system; linear matrix inequalities (LMI); decoupling; quantitative feedback theory (QFT)

航空发动机是一种具有强耦合和明显不确定性特征的控制对象. 随着航空发动机控制系统要求的不断提高, 经典控制系统设计方法对于此类复杂控制问题的解决越来越显现其局限性. 近二十年来, 作为现代多变量控制理论研究领与的一个主要方向, 鲁棒控制技术得到了深入的研究, 但现有鲁棒控制理论如 H_∞ , H_2/H_∞ 及 μ 方法设计出的控制器结构复杂、阶数高, 导致工程实现存在

较大困难^[1-2]. 因此对鲁棒控制技术的工程应用做进一步研究是必要的. 定量反馈理论(QFT)是一种基于频域的鲁棒控制器设计理论. 其综合考虑了被控对象的不确定性和系统的性能指标要求, 原理简单直观, 而且该方法在航空发动机控制系统设计领域已取得一定成果^[3-4]. 但 QFT 方法也存在控制器参数调整困难, 设计对象复杂程度和设计人员的经验直接影响控制效果的问题. 为克

服上述困难,本文使用基于 LMI 理论设计的预补偿器对不确定性对象进行解耦,再利用 QFT 方法进行鲁棒控制器设计. 仿真结果表明,该方法获得的控制器结构简洁,满足了控制系统稳定性和动态性能要求.

1 基于 LMI 对角占优补偿的航空发动机 QFT 鲁棒控制器设计原理

1.1 问题的提出

给出图 1 所示航空发动机双变量控制系统框图. 图中被控对象传递函数矩阵 $G(s) \in \Phi$, $\Phi \in H^{\infty \times n}$ 为已知不确定性对象集合, $D(s) = [d_0(s), d_1(s)]^T$ 为干扰输入量, K 为需要设计的定常对角占优预补偿器, $K_c(s)$ 和 $F(s)$ 分别为 QFT 方法设计的控制器和滤波器, 均为对角阵, $G_p(s) = G(s)$ K 为对角占优预补偿后的航空发动机的不确定性被控对象传递函数矩阵.

1.2 基于 LMI 的频域预补偿器设计

1.2.1 对角占优预补偿器 K 存在应满足的条件

引入如下定理(基本占优^[5]): 矩阵 $A \in C^{m \times n}$ 是复矩阵, $A = B + D$ 为 A 的一个正则分裂, 其中 $B \in C^{n \times n}$ 非奇异, $D \in C^{n \times n}$, 则 B 为 A 的主导项当且仅当谱半径

$$\rho(B^{-1}D) < 1 \tag{1}$$

考虑 $G(s) \in H^{\infty \times n}$ 的一个正则分裂 $G(s) = M + N(s)$, M 非奇异, 取预补偿器 K , 令 $M_k = MK$ 为对角常数矩阵, 即有

$$G(s)K = M_k + N(s)K \tag{2}$$

如果将上式看作是补偿后对象 $G(s)K$ 的一个正则分裂, M_k 为主导项, 且对角占优, 则由(1)式得预补偿器 K 应满足如下条件:

$$\|M_k^{-1}N(s)K\|_{\infty} = \|M_k^{-1}G(s)K - I\|_{\infty} < 1 \tag{3}$$

这样预补偿器 K 的设计问题就转化为 H^{∞} 框架下的以 M_k 为参考模型的开环模型匹配问题

1.2.2 LMI 概念和有界实引理的应用

为了求解上述 H^{∞} 框架下的开环模型匹配问题, 引入有界实引理^[6]. 由引理可知对于连续系统 (A_0, B_0, C_0, D_0) , 设 $\gamma > 0$ 为常数, 以下条件等价:

(1) 系统渐近稳定, 且

$$\|G_0(s)\|_{\infty} = \sup_{\omega} \overline{\sigma}[G(s)] < \gamma$$

其中 $\overline{\sigma}(\cdot)$ 为 $G(s)$ 的最大奇异值.

(2) 存在一个对称矩阵 $P > 0$, 使得

$$\begin{bmatrix} A_0P + PA_0^T & B_0 & PC_0^T \\ B_0^T & -\gamma I & D_0^T \\ C_0P & D_0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \tag{4}$$

若 $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ 为未补偿系统传递函数矩阵, 记 $G(s)' = M_k^{-1}G(s)K - I$, 综合有界实引理的结果(4)式及对角占优预补偿器 K 存在应满足的条件(3)式, 频域对角占优预补偿器设计问题可以归结为如下 LMI 约束下的优化问题:

$$\begin{aligned} & \min_{\omega} \gamma \\ \text{s. t. } & \begin{bmatrix} AP + PA^T & BK & P(M_k^{-1}C)^T \\ K^TB^T & -\gamma I & K^TD^T - I \\ M_k^{-1}CP & DK - I & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \tag{5}$$

求解该最优问题即可得到对角占优预补偿器的设计.

1.3 定量反馈理论

针对图 1 所示的对角占优补偿系统, 定量反馈理论 QFT 的设计目的是: 设计一个控制器 $C(s)$ 和前置滤波器 $F(s)$, 使含有不确定对象 $G(s) \in \Phi$ 的系统闭环稳定, 在指令输入 $r(s)$ 和干扰输入 $D(s)$ 的作用下, 闭环响应曲线位于给定的指标范围内. 设计内容主要包括: 确定设计指标, 构造对象模板, 根据指标计算和生成复合频域边界, 再根据复合频域边界设计控制器 $K_c(s)$ 和前置滤波器 $F(s)$. 基于 QFT 的控制器设计详细步骤参见文献[7].

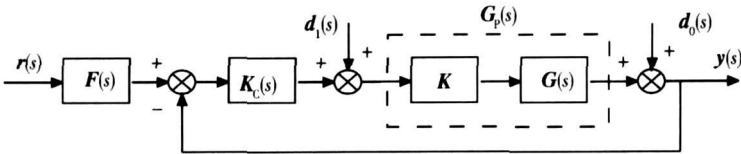


图 1 航空发动机双变量控制系统框图

Fig. 1 Multivariable control structure of aeroengine

2 设计方法在航空发动机控制系统设计中的应用

某型航空发动机双变量系统的状态方程如下

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + \delta A)x + (B + \delta B)u \\ y = (C + \delta C)x + (D + \delta D)u \end{cases}$$
$$A, B, C, D, \delta A, \delta B, \delta C, \delta D \in R^{2 \times 2}$$

式中状态变量 $x = [n_H, n_L]^T$, 分别为航空发动机的高压转子和低压转子转速, 系统输入 $u = [m_t, A_8]^T$, 分别为航空发动机的主供油量和尾喷口面积, 系统输出变量为低压涡轮出口温度 T_5 和低压转子转速 n_L . 该控制系统由于测量误差、噪声等外部干扰的原因, 使得对象带有一定的参数不确定性 $\delta = [\delta A, \delta B, \delta C, \delta D]$, δ 有界且已知.

针对图 1 所示航空发动机双变量控制系统框图中, 输入 $r(s)$ 为 T_5, n_L 的参考输入 T_{5r}, n_{Lr} .

2.1 对角占优预补偿器设计

以某型涡扇发动机在飞行条件 $H = 10 \text{ km}$, $Ma = 1.2$ 下的不确定对象集 Φ_0 为研究对象, 在频域内设计定常预补偿器 $K \in R^{2 \times 2}$, 使得 Φ_0 中的元素经 K 补偿后能够在系统的主要工作频段保持对角占优. 为此以一定的间隔在 Φ_0 中选择若干设计对象 $G_i(s) (i = 1, \dots, n)$, 使用基于 LMI 的频域预补偿器设计方法, 对每一设计对象求解最优化问题式(5)得到预补偿器集合 $K_i (i = 1, \dots, n)$. 由于 K_i 的设计过程中没有考虑参数的不确定性问题, 所以必须将设计结果带回到 Φ_0 中进行检验, 并选取效果最佳的预补偿器

$$K_{\text{opt}} = \begin{bmatrix} 16.963 & -9.417 \\ -7.926 & 5.711 \end{bmatrix}$$

第 i 行行占优比 $r_i (i = 1, 2)$, 为对象传递函数矩阵中第 i 行元素非对角元素模之和与对角元素模的比值. 图 2 为行占优比图, 其中带星的实线和不带星的实线分别表示对象集对角占优补偿前和补偿后的行占优比, 可以发现预补偿后的对象集获得了较好的对角占优性, 且其对角占优性在主要工作频段下得到了保证.

2.2 不确定对象的 QFT 鲁棒控制器设计

2.2.1 确定设计指标以及绘制边界曲线

鲁棒稳定指标

$$\left| \frac{G_P(s)K_C(s)}{1 + G_P(s)K_C(s)} \right| \leq 1.2$$

该指标保证系统的最小幅值裕度为 1.83, 最小相位裕度为 50° .

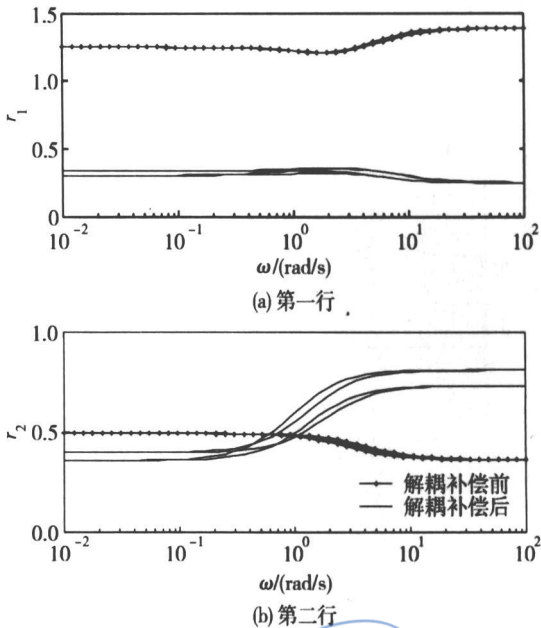


图 2 行占优比
Fig. 2 Ratios plot of row dominance

闭环跟踪指标
上界为

$$T_U(s) = \frac{6.75(s + 20)}{s^2 + 33s + 135}$$

下界为

$$T_L(s) = \frac{520}{(s + 8)(s^2 + 32s + 65)}$$

闭环跟踪指标保证了发动机的被控参数无超调, 即 $\sigma\% = 0$, 以及调节时间 $t_s \leq 1.5s$.

选择标称对象

$$G_d(s) = \frac{1}{s^2 + 7.65s + 14.1} \times \begin{bmatrix} 0.31s^2 + 1.9s + 2.3 & 0.44s^2 + 2.35s + 2.85 \\ 0.76s + 3.35 & 2.1s + 7.2 \end{bmatrix}$$

选择频率点集 $\omega = [0.1, 0.5, 2, 4, 10, 40]$, 计算并绘制对象模板. 根据鲁棒稳定性指标和闭环频率响应变化量要求生成复合频域边界曲线, 并在其上绘制标称对象开环频率特性曲线.

2.2.2 控制器及滤波器设计

调整开环频率响应曲线以满足复合频域边界要求, 结果如图 3 和图 4 所示. 图 3 和图 4 分别为 1、2 通道的控制器设计曲线. 由此可得到控制器 $K_C(s) = \text{diag}[K_{C1}(s), K_{C2}(s)]$, 其中

$$K_{C1}(s) = \frac{53.91(s + 21)(s + 8.7)}{s(s + 1.9)(s^2 + 12s + 576)}$$

$$K_{C2}(s) = \frac{1.073.35(s + 9.22)(s + 1.77)}{s(s + 1.45)(s^2 + 11.56s + 1156)}$$

由于控制器 $K_C(s)$ 的设计无法满足系统动态

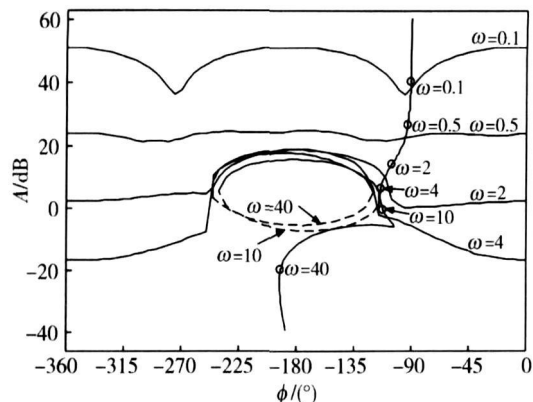


图 3 通道 1 控制器设计

Fig. 3 Controller design of channel 1

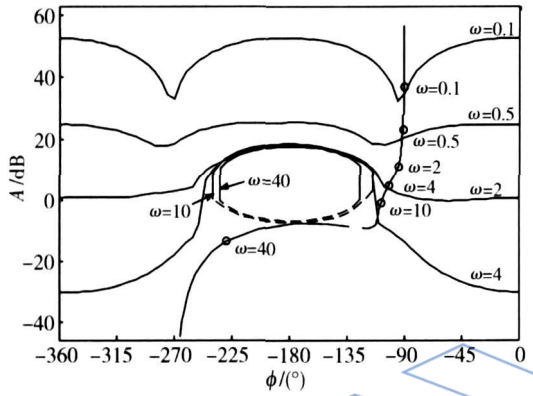


图 4 通道 2 控制器设计

Fig. 4 Controller design of channel 2

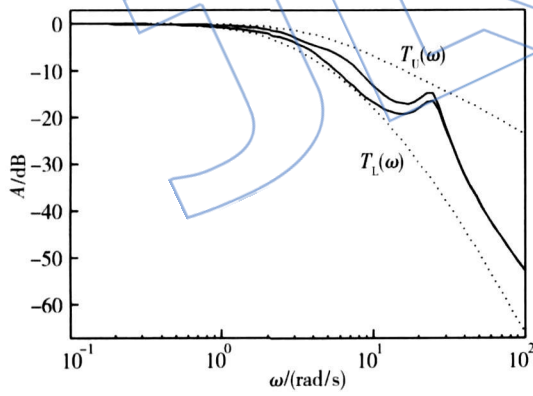


图 5 通道 1 鲁棒跟踪性分析曲线

Fig. 5 Robust tracking response of channel 1

2.3 控制系统仿真及结果分析

由于仅使用标称对象在有限频率点进行控制系统的设计,所以必须对设计结果进行分析以验证控制系统是否能满足设计要求.通过对两个通道的稳定性曲线进行分析,稳定性分析曲线均在设计指标范围之内,满足设计要求.图 5 和图 6 分别显示 1 通道和 2 通道的跟踪响应曲线,图中虚线为设计指标要求的频域跟踪边界,实线为对象集闭环频率特性变化范围,由图可见系统闭环频率特性曲线均在频域跟踪边界指标范围内,满足设计要求.

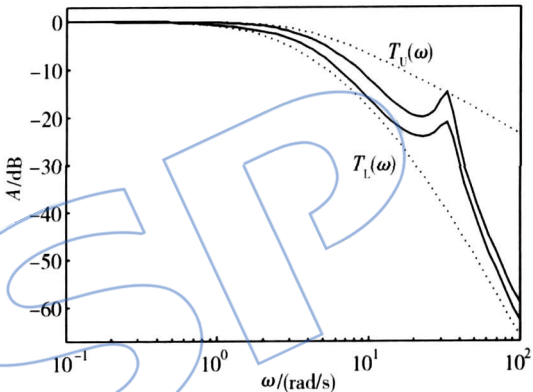


图 6 通道 2 鲁棒跟踪性分析曲线

Fig. 6 Robust tracking response of channel 2

图 7、图 8 分别是控制输入 T_{5r} 、 n_{Lr} 分别为单位阶跃时,发动机 T_5 和 n_L 的响应曲线,仿真结果表明该方法对不确定对象的解耦是成功的,两个通道间的耦合得到很好的抑制,通道间交联衰减的很快,同时两个通道的稳定性和动态指标均得到了满足,符合设计指标要求.

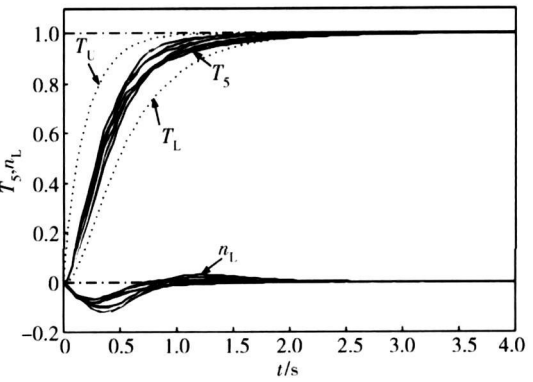


图 7 T_{5r} 阶跃响应曲线

Fig. 7 Step response of T_{5r}

跟踪性能指标,故需引入前置滤波器 $F(s)$ 来对控制系统的动态性能进行补偿.通过调整闭环频率响应曲线以满足闭环跟踪上、下边界要求,得到如下滤波器 $F(s) = \text{diag}[F_1(s), F_2(s)]$, 其中

$$F_1(s) = \frac{0.21(s + 8.09)(s + 6.56)}{(s + 4.01)(s + 2.78)}$$

$$F_2(s) = \frac{0.155(s + 20.3)(s + 4.7)}{(s + 4.57)(s + 3.23)}$$

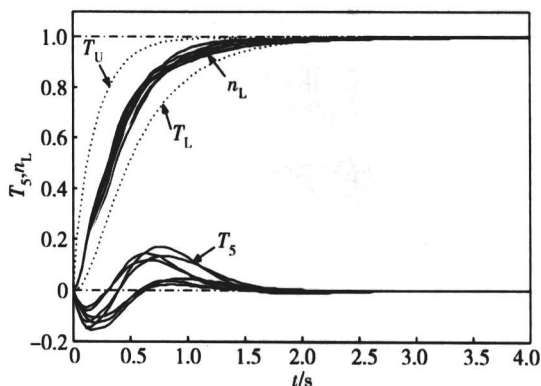


图 8 n_L 阶跃响应曲线

Fig. 8 Step response of n_L

3 结 论

QFT 方法是一种近年来发展较快的鲁棒控制器工程设计方法,但在航空发动机控制工程应用中存在相当难度.本文从简化设计过程的角度出发,将频域对角占优预补偿器的设计方法与线形矩阵不等式的求解方法相结合,实现了航空发动机双变量控制系统的解耦,并引入定量反馈理论进行控制器的设计.仿真验证表明该方法对不确定对象的解耦是成功的,且形式简洁的控制器设计满足了性能指标要求,说明本文的方法是可行、有效的.

行的、有效的.

参考文献:

- [1] Balas G J, Ryan J. A new technique for design of controllers for turbofan engine[R]. AIAA 98 3751.
- [2] 王曦, 陈华荣. 不确定性系统鲁棒混合控制在航空发动机中的应用[J]. 航空动力学报, 2002, 17(2): 250-254. WANG Xi, CHEN Huarong. Robust mixed control for aeroengine parameter uncertainty systems[J]. Journal of Aerospace Power, 2002, 17(2): 250-254.
- [3] Kent G, Hanmilton J, Franchek M A. Robust controller design and experimental verification of I. C. engine speed control[J]. Int J. of Robust and Nonlinear Control, 1997, 7(6): 609-627.
- [4] Boje E, Osita D I. Quantitative multivariable feedback design for turbofan engine with forward path decoupling[J]. Robust Nonlinear Control, 1999(9): 857-882.
- [5] Chughtai S S, Nobakhti A. A systematic approach to the design of robust diagonal dominance based MIMO controllers[C] // Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005. Seville, Spain: December 12-15, 2005.
- [6] 俞立. 鲁棒控制线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [7] Borghesani C, Chait Y, Yaniv O. The QFT frequency domain control design toolbox for use with matlab (user's guide) [M]. Natick: The Terasoft, Inc, 2003.